

Método para el Cálculo de la Desviación Estándar total para el diseño de pavimentos flexibles en el método del MTC y AASHTO 93

J. Rafael Menéndez Acurio, Ingeniero Civil CIP 43670, Ph.D.¹

José H. Meléndez Palma, Ingeniero Civil CIP 47319, M.S.²

Jens E. Monge Zvietcovich, Ingeniero Civil CIP 155838³

1. RESUMEN

La presente ponencia tiene por objeto presentar una metodología para calcular la desviación estándar normal o también denominada desviación normal para el diseño de pavimentos flexibles mediante los métodos de diseño del MTC (Ref. 1) y el procedimiento AASHTO 93 (Ref. 2). Este parámetro suele ser sugerido directamente en las guías de diseño y por lo tanto no suele ser calculado en el proceso de diseño.

Cuando se trata de un diseño de pavimento nuevo el valor recomendado suele ser adecuado. Sin embargo, cuando se trata de diseño de rehabilitaciones o mejoramientos la variabilidad de los parámetros de diseño tiene un efecto importante y debe ser por tanto es recomendable calcular la desviación estándar total para cada una de las secciones de diseño.

Este valor es relevante por cuando introduce la variabilidad de los factores que afectan el diseño. Una mayor variabilidad se reflejará en un espesor mayor y viceversa. Se analizó un tramo de vía nacional de alto tráfico, cuya rehabilitación estaba siendo diseñada. En este caso la determinación de un valor adecuado es relevante por cuanto tiene un gran impacto en el espesor final resultante.

2. INTRODUCCION

Darter y Hudson (Ref. 3) introducen los conceptos de probabilidad en el diseño de pavimentos. En un informe de 1973 plantean el método para considerar la variabilidad y las incertidumbres en el diseño del pavimento para hacer posible el diseño para un determinado nivel de confiabilidad. Este planteamiento fue posteriormente incorporado en la guía de diseño de AASHTO.

La desviación normal del error combinado (S_o), es un valor que toma en cuenta la variabilidad esperada de la predicción del tránsito y de los otros factores que afectan el comportamiento del pavimento; como por ejemplo, construcción, medio ambiente, incertidumbre del modelo. La Guía

¹ Ingeniero Civil, Doctorado en Pavimentos y Master en Geotecnia, Universidad de Texas A&M. Trabaja actualmente en Fugro Roadware Inc., Austin, Texas. Socio fundador de Coniser S.R.Ltda empresa especializada en Pavimentos y Geotecnia. Trabajó en el Instituto de Transportes de Texas A&M, Graña Montero Ingeniería, la Organización Internacional de Trabajo, Provías Nacional, entre otras instituciones. Ha sido docente de maestría de la Universidad Nacional de Ingeniería, así como de otras universidades nacionales tanto en pre grado como post grado
401 Southwest Pkwy Apt. 202, College Station, TX 77840, USA. Tel. 01.705.9486, 001.979.587.9639, jrmenendez@gmail.com

² Ingeniero Civil, Maestría en Transportes, M.S., UNI. Especialista de suelos y pavimentos en CESEL S.A. Socio fundador de Coniser S.R.Ltda empresa especializada en Pavimentos y Geotecnia. Ha sido jefe proyecto, supervisor y consultor de numerosos proyectos viales en Perú. Ha sido docente de maestría de la Universidad Nacional de Ingeniería y sub director del Instituto de Investigaciones de la Facultad de Ing. Civil de la UNI.
Calle Fortunato Quezada Nro 109, Of. 402, distrito de San Miguel, Lima. Telf. 01-561-2573, jhmelendez@coniser.com.pe

³ Ingeniero Civil, Graduado de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Actualmente se desempeña como ingeniero proyectista junior en Coniser S.R.Ltda. Anteriormente trabajo en Lima Airport Partners, Graña y Montero. Con experiencia tanto en etapas de diseño como en construcción en varios proyectos viales y mineros a nivel nacional.

$$S_o^2 = s_{W_t}^2 + s_{W_T}^2$$

La expresión anterior puede ser descompuesta en la siguiente ecuación:

$$S_o^2 = \left[S_{N_{ru}}^2 + \sum_b S_{N_{rfb}}^2 + \sum_d S_{W_{Ld}}^2 \right] + \left[S_{W_{ru}}^2 + \sum_a S_{W_{rfa}}^2 + \sum_c S_{W_{Lc}}^2 \right]$$

Donde:

S_o^2 = varianza total

s_{W_t} = desviación asociado a la predicción del desempeño del pavimento

$$s_{W_t}^2 = \left[S_{N_{ru}}^2 + \sum_b S_{N_{rfb}}^2 + \sum_d S_{W_{Ld}}^2 \right]$$

s_{W_T} = desviación asociada a la predicción del tráfico

$$s_{W_T}^2 = \left[S_{W_{ru}}^2 + \sum_a S_{W_{rfa}}^2 + \sum_c S_{W_{Lc}}^2 \right]$$

$S_{N_{ru}}^2$: varianza debido a las variables no identificadas que contribuyen a la varianza en el comportamiento entre dos secciones con el mismo diseño y tráfico.

$S_{N_{rfb}}^2$: varianza de cada uno de los factores de diseño: serviciabilidad, coeficientes de capa, espesores, coeficiente de drenaje, número estructural y módulo resiliente del suelo de fundación.

$S_{W_{Ld}}^2$: varianza debido a todos los factores que contribuyen a la desviación entre las ecuaciones de predicción del comportamiento y el comportamiento promedio (incluyendo las ecuaciones, las constantes y la omisión de factores relevantes de diseño).

$S_{W_{ru}}^2$: varianza debido a las variables no identificadas que contribuyen a la varianza en el número de repeticiones de carga

$S_{W_{rfa}}^2$: varianza de cada uno de los factores de predicción del tráfico: factor de carga, ADT, tasa de crecimiento, promedio de camiones, número de ejes promedio por camión.

$S_{W_{Lc}}^2$: varianza debido a todos los factores que contribuyen a la desviación entre las ecuaciones de predicción del número de repeticiones y las repeticiones promedio.

3.1 Varianza del tráfico

La varianza del tráfico se debe a la variabilidad de los factores que indican en su cálculo. Dentro de ellos los más relevantes son el número de vehículos promedio anual y la tasa de crecimiento. El tráfico puede ser calculado como:

$$W_T = \left(\sum ADT_{0i} F_i \right) (G)(D)(L)(365)(Y)$$

Donde: ADT_{0i} = tráfico promedio diario anual del vehículo tipo i ; F_i = factor de daño por eje para el tipo de vehículo i ; G = factor de crecimiento, $G = 1/2[1 + (1 + r)^Y]$; r = tasa de crecimiento anual por tipo de vehículo; D = factor de distribución direccional; L = factor de distribución por carril; Y = periodo de diseño en años.

Si se considera que estas variables son independientes la varianza puede ser calculada con la siguiente expresión:

$$V[\log W_T] = (\log e)^2 \left\{ \frac{V[\sum ADT_{0i}F_i]}{(\sum ADT_{0i}F_i)^2} + \frac{V[G]}{[G]^2} + \frac{V[D]}{[D]^2} + \frac{V[L]}{[L]^2} + \frac{V[Y]}{[Y]^2} \right\}$$

De los factores mencionados en la expresión anterior fueron analizados los dos elementos que tienen mayor incidencia en el cálculo del tráfico de diseño: el tráfico promedio anual y la tasa de crecimiento. La variabilidad en el factor de carga no fue incluido porque el diseño se efectúa bajo el supuesto que todos los vehículos circular con la carga del reglamento. En caso de disponer de un estudio detallado de cargas la variabilidad de este factor puede ser incluida en el cálculo.

Varianza del factor de crecimiento

El factor o tasa de crecimiento es otro parámetro cuya variabilidad incide en la variabilidad del tráfico. La tasa de crecimiento r se calcula en función de la tasa de crecimiento del PBI departamental, la tasa de crecimiento poblacional y de la elasticidad del parque automotor, considerando la expresión general de la tasa de crecimiento tenemos.

$$r_i = r_{PBI} E_i$$

Aplicando logaritmos a ambos lados de la expresión se tiene $\log(r_i) = \log(r_{PBI}) + \log(E_i)$. Se conoce que la elasticidad del parque automotor está correlacionada con la tasa de crecimiento por lo tanto la expresión general será (Ref. 7):

$$V[g] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\mu} \left(\frac{\partial g}{\partial x_j} \right)_{\mu} Cov[x_i, x_j]$$

Como se sabe que la tasa de crecimiento es función de r_{PBI} y E_i se expresa ahora como:

$$V[r_i] = \left(\frac{\partial r_i}{\partial r_{PBI}} \right)^2 V[r_{PBI}] + \left(\frac{\partial r_i}{\partial E_i} \right)^2 V[E_i] + 2 \left(\frac{\partial r_i}{\partial r_{PBI}} \right) \left(\frac{\partial r_i}{\partial E_i} \right) Cov[r_{PBI}, E_i]$$

Donde $Cov[r_{PBI}, E_i] = \rho(r_{PBI}, E_i) \sqrt{V[r_{PBI}]V[E_i]}$, quedando por tanto la siguiente expresión para calcular la varianza de la tasa de crecimiento por tipo de vehículo expresada como:

$$V[r_i] = \left(\frac{\partial r_i}{\partial r_{PBI}} \right)^2 V[r_{PBI}] + \left(\frac{\partial r_i}{\partial E_i} \right)^2 V[E_i] + 2 \left(\frac{\partial r_i}{\partial r_{PBI}} \right) \left(\frac{\partial r_i}{\partial E_i} \right) \rho(r_{PBI}, E_i) \sqrt{V[r_{PBI}]V[E_i]}$$

$$V[r_i] = (\bar{E}_i)^2 V[r_{PBI}] + (\bar{r}_{PBI})^2 V[E_i] + 2(\bar{E}_i)(\bar{r}_{PBI})\rho(r_{PBI}, E_i)\sqrt{V[r_{PBI}]V[E_i]}$$

Sin embargo si lo que se desea es conocer $(G)(Y)$ de acuerdo a AASHTO y el Instituto del asfalto la expresión es

$$(G)(Y) = \frac{(1+r)^Y - 1}{r}$$

Aplicando las expresiones anteriores tendremos:

$$(G)(Y) = \frac{(1+r_{PBI}E_i)^Y - 1}{r_{PBI}E_i}$$

Luego

$$\frac{\partial(G)(Y)_i}{\partial r_{PBI}} = \frac{Y\bar{r}_{PBI}(\bar{E}_i\bar{r}_{PBI} + 1)^{Y-1} + \frac{1 - (\bar{E}_i\bar{r}_{PBI} + 1)^Y}{\bar{E}_i}}{\bar{r}_{PBI}^2}$$

$$\frac{\partial(G)(Y)_i}{\partial E_i} = \frac{Y\bar{E}_i(\bar{E}_i\bar{r}_{PBI} + 1)^{Y-1} + \frac{1 - (\bar{E}_i\bar{r}_{PBI} + 1)^Y}{\bar{r}_{PBI}}}{\bar{E}_i^2}$$

Estos valores pueden ser remplazados en la siguiente expresión:

$$V[(G)(Y)] = \left(\frac{\partial(G)(Y)_i}{\partial r_{PBI}}\right)^2 V[r_{PBI}] + \left(\frac{\partial(G)(Y)_i}{\partial E_i}\right)^2 V[E_i] + 2\left(\frac{\partial(G)(Y)_i}{\partial r_{PBI}}\right)\left(\frac{\partial(G)(Y)_i}{\partial E_i}\right)\rho(r_{PBI}, E_i)\sqrt{V[r_{PBI}]V[E_i]}$$

3.2 Varianza de la ecuación de comportamiento

La ecuación de comportamiento desarrollada por AASHTO presenta variabilidad en función de las variables que afectan su resultado. El número admisible de repeticiones en el periodo de diseño para un pavimento flexible de acuerdo al método de AASHTO 1993 es:

$$\log W_t = Z_R S_0 + 9.36 \log(SN + 1) - 0.20 + \frac{\log \left[\frac{\Delta PSI}{4.2 - 1.5} \right]}{0.40 + \frac{1094}{(SN + 1)^{5.19}}} + 2.32 \log(M_R) - 8.07$$

Donde: W_{18} =Número estimado de ejes simples equivalentes de 8.2 toneladas; Z_R =Desviación estándar normal; S_0 =error estándar combinado de la predicción del tránsito y de la predicción del comportamiento; ΔPSI =Diferencia entre el índice de Servicio inicial (p_0) y la serviciabilidad final (p_t); M_R =Módulo resiliente; SN =número estructural, $SN = a_1 D_1 + a_2 m_2 D_2 + a_3 m_3 D_3$; a_i =Coeficientes de capa; m_i =Coeficientes de drenaje; D_i =Espesores de capa

Si se considera que no están correlacionados los factores, la varianza de $\log W_t$ se puede expresar en función de las tres variables mas relevantes las cuales son el número estructural, la serviciabilidad y el módulo resiliente del suelo de fundación. La expresión de la varianza es la siguiente:

$$V[\log W_t] = \left(\frac{\partial \log W_t}{\partial SN}\right)^2 V[SN] + \left(\frac{\partial \log W_t}{\partial p_0}\right)^2 V[p_0] + \left(\frac{\partial \log W_t}{\partial M_R}\right)^2 V[M_R]$$

Luego la varianza de la ecuación de comportamiento de AASHTO:

$$V[\log W_t] = \left\{ \frac{9.36 \log(e)}{SN + 1} + \frac{\log \left[\frac{\Delta PSI}{4.2 - 1.5} \right]}{0.40 + \frac{1094}{(SN + 1)^{5.19}}} \right\}^2 V[SN] \\ + \left\{ \frac{\log e / (4.2 - 1.5)}{[0.4 + 1094 / (SN + 1)^{5.19}] [(p_0 + p_t) / (4.2 - 1.5)]} \right\}^2 V[p_0] + \left\{ \frac{2.32 \log e}{M_R} \right\}^2 V[M_R]$$

Finalmente la varianza del número estructural se expresa como:

$$V[SN] = D_1^2 V[a_1] + a_2^2 [D_1] + (D_2 m_2)^2 V[a_2] + (a_2 m_2)^2 V[D_2] + (a_2 D_2)^2 V[m_2] + (D_3 m_3)^2 V[a_3] \\ + (a_3 m_3)^2 V[D_3] + (a_3 D_3)^2 V[m_3]$$

3.3 Desviación estándar total (So).

Luego se determina la desviación estándar total o combinada. Esta compuesta por el error asociado a la predicción del tráfico y el error asociado a la predicción del desempeño del pavimento. Se calcula mediante la siguiente expresión:

$$S_o^2 = s_{W_T}^2 + s_{W_t}^2$$

Si se expresa en términos de las varianzas la expresión es:

$$S_o = \sqrt{V[\log W_T] + V[\log W_t]}$$

Donde:

S_o = desviación estándar total

s_{W_T} = desviación asociada a la predicción del tráfico

s_{W_t} = desviación asociado a la predicción del desempeño del pavimento

4. RESULTADOS

El procedimiento descrito fue aplicado a un tramo de carretera nacional con alto tráfico que estaba siendo analizado para diseñar la rehabilitación del pavimento. En el siguiente cuadro se muestran los resultados del IMD promedio diario a lo largo de una semana para cada tipo de vehículo.

Tabla 1. Índice medio diario por tipo de vehículo para el año de inicio del análisis

Tipo vehículo	viernes	sábado	domingo	lunes	martes	miércoles	jueves
B2	1032	1043	941	959	956	941	992
B3-1	581	654	649	622	604	555	590
B4-1	251	267	221	263	219	194	207
C2	2209	2249	1741	1977	2315	2805	2751
C3	845	898	795	679	885	1090	1067
C4	128	148	148	92	112	133	148

Tipo vehículo	viernes	sábado	domingo	lunes	martes	miercoles	jueves
T2S1	34	13	67	7	0	0	20
T2S2	34	51	39	51	17	68	45
T2S3	773	595	562	330	503	406	433
T3S1	51	34	0	11	17	0	6
T3S2	212	226	208	136	235	497	506
T3S3	3846	3536	3120	2922	3562	4245	4911
C2R2	20	10	20	30	20	10	49
C2R3	17	9	17	17	0	0	17
3T2 / C3R2	61	79	149	105	114	140	140
3T3 / C3R3	114	152	168	30	145	160	206

Conociendo la variación diaria en el promedio se puede determinar la varianza del tráfico. Luego se puede también calcular la varianza el factore de crecimiento. Los resultados se muestran en el siguiente cuadro.

Tabla 2. Varianza del índice medio diario y del factor de crecimiento

Tipo vehículo	V[F _i ADT]	F _i ADT	(G)(Y)	V [(G)(Y)]
B2	1548	3608	25	17.8
B3-1	1128	1094	25	17.8
B4-1	704	541	25	17.8
C2	126652	8434	36	18.6
C3	18146	2283	36	18.6
C4	403	219	36	18.6
T2S1	493	138	36	18.6
T2S2	215	247	36	18.6
T2S3	18365	2818	36	18.6
T3S1	308	96	36	18.6
T3S2	19035	1319	36	18.6
T3S3	395131	16247	36	18.6
C2R2	158	224	36	18.6
C2R3	59	99	36	18.6
3T2 / C3R2	947	993	36	18.6
3T3 / C3R3	2619	1076	36	18.6
	585911	2465	34	296

Reemplazando en la expresión siguiente los datos obtenidos del cuadro anterior se tiene la varianza del tráfico como consecuencia de la varianza en la determinación del tráfico diario, y la tasa de crecimiento

$$V[\log W_T] = (\log e)^2 \left\{ \frac{V[\sum ADT_{oi} F_i]}{(\sum ADT_{oi} F_i)^2} + \frac{V[(G)(Y)]}{[(G)(Y)]^2} \right\}$$

$$V[\log W_T] = (\log e)^2 \left\{ \frac{585,911}{(2465)^2} + \frac{294}{(34)^2} \right\} = 0.0669$$

Luego se calcula la varianza el número de repeticiones esperadas de acuerdo a la ecuación de AASHTO.

$$V[\log W_t] = V[SN] + \left\{ \frac{\log e / (4.2 - 1.5)}{[0.4 + 1094 / (SN + 1)^{5.19}] [(p_0 + p_t) / (4.2 - 1.5)]} \right\}^2 V[p_0] + \left\{ \frac{2.32 \log e}{M_R} \right\}^2 V[M_R]$$

$$V[\log W_t] = 0.91 + \left\{ \frac{\log e / (4.2 - 1.5)}{[0.4 + 1094 / (4.69 + 1)^{5.19}] [(4.2 + 2.5) / (4.2 - 1.5)]} \right\}^2 0.25 + \left\{ \frac{2.32 \log e}{20,990} \right\}^2 6.71 \times 10^7$$

$$= 0.39$$

Luego se determina la desviación estándar total que resulta de la raíz de la suma de las varianzas por tráfico y por estructura:

$$S_o = \sqrt{V[\log W_T] + V[\log W_t]}$$

$$S_o = \sqrt{0.064 + 0.39} = 0.68$$

Se calcula el valor de $\log W_t$ y de $\log W_T$ con las siguientes expresiones considerando un valor inicial tentativo de SN

$$\log W_T = \log(6.79 \times 10^7) = 7.83$$

$$\log W_t = 9.36 \log(SN + 1) - 0.20 + \frac{\log \left[\frac{\Delta PSI}{4.2 - 1.5} \right]}{0.40 + \frac{1094}{(SN + 1)^{5.19}}} + 2.32 \log(M_R) - 8.07$$

$$\log W_t = 9.36 \log(7 + 1) - 0.20 + \frac{\log \left[\frac{4.2 - 2.5}{4.2 - 1.5} \right]}{0.40 + \frac{1094}{(7 + 1)^{5.19}}} + 2.32 \log(20,990) - 8.07 = 0.39$$

Luego se calcula el valor de la desviación estándar normal:

$$Z_r = \frac{\log W_t - \log W_T}{\sqrt{V[\log W_T] + V[\log W_t]}}$$

$$Z_r = \frac{9.61 - 7.83}{\sqrt{0.064 + 0.39}} = 2.6$$

Este valor de Z_r corresponde a una confiabilidad del 100%, por iteraciones se busca cual debe ser el valor de S_o para que la confiabilidad sea del 95% luego de iterar se obtiene un valor de $S_o = 0.40$.

5. CONCLUSIONES

- La desviación estándar total para el diseño se suele asumir como un valor único comprendido en el rango de 0.40 a 0.50 para pavimentos flexibles. Este valor responde a los valores encontrados por AASHTO en la pista de prueba que dio lugar al método de diseño. Sin embargo, este valor puede ser menor o mayor que el rango indicado dependiendo de la

variabilidad de los parámetros con los cuales se calcula el número estructural requerido de acuerdo a la ecuación de AASHTO y asumida también por el MTC.

- En el manual del MTC no se especifica cual es el procedimiento para el cálculo de este parámetro, sin embargo dada su relevancia debería ser considerada la posibilidad de su cálculo directo cuando se cuente con la información suficiente de los parámetros como para conocer su variabilidad.
- En aquellos tramos donde se presentan condiciones de variabilidad alta de los parámetros se recomienda este procedimiento para caracterizar adecuadamente las condiciones de tráfico y estructura al momento del diseño.
- De acuerdo al ejemplo mostrado el valor obtenido es de 0.40. Este valor es inferior al que recomienda el método de diseño del MTC que señala un valor promedio de 0.45.

6. REFERENCIAS

- [1] MTC. Sección De Suelos Y Pavimentos, R.D.Nº10-2014-MTC/14. Ministerio de Transportes y Comunicaciones del Perú, Lima, Perú, 2014, Vol. R.D. Nº10-2014-MTC/14, pp. 1-302.
- [2] AASHTO. *AASHTO Guide for Design of Pavement Structures*. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C., 1993.
- [3] Darter, M. I., and W. R. Hudson. *Probabilistic Design Concepts Applied to Flexible Pavement System Design*. CFHR 1-8-69-123-18, Center for Highway Research, University of Texas at Austin, Austin, Texas, 1973.
- [4] MOP. Volumen Nº3 Instrucciones Y Criterios De Diseño. Ministerio de Obras Públicas, Gobierno de Chile, Santiago de Chile, Chile, 2002, pp. 1-474.
- [5] Huang, Y. H. *Pavement Analysis and Design*. Pearson/Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2004.
- [6] AASHTO. *AASHTO Guide for Design of Pavement Structures, Volume 2*. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C., 1986.
- [7] Menendez, J. R. *Pavement Engineering, 4ta Edition (in Spanish)*. Instituto de la Construcción y Gerencia ICG, Lima, Perú, 2013.